

卒業研究に関連した学生実験における ディジタル系プログラミング教育

栗原 義武* 松木 剛志* 白井みゆき* 佐々木直人*
村上 倫平* 辰本 一夢* 合田 拓海*

Programming Course of Digital Systems as an Introduction
to Laboratory Activities

Yoshitake KURIHARA* Tsuyoshi MATSUKI* Miyuki SHIRAI* Naoto SASAKI*
Rimpei MURAKAMI* Kazumu TATSUMOTO Takumi GODA*

We have tried to improve practical training course for education system of the Department of Electronics and Control Engineering since 2016. We have 11 laboratories in the Department. Through the improvement, our students can experience the introduction to the laboratories each other.

Bit error rate (BER) performance has been used in digital systems such as communication and storage technologies. Many students are not familiar with a decibel, the signal to noise ratio, Gaussian distribution, and a random number even though they have learned. This paper shows that they can find BER performance of a simple digital model through our computer simulation which helps them to understand the basis of mathematics and technology.

1. はじめに

電子制御工学科では、第5学年の学生実験について新たな取組みを始めた。卒業研究の内容に基づく実験テーマを、研究室相互に経験する特徴がある^[1]。

電子制御工学科内の各研究室においては、それぞれ優れた研究が行われている。各研究室において学生実験の内容を検討し、所属学生の一人が他の研究室の学生に対して学生実験の指導を行う。

電子制御工学科のカリキュラムの中で、学生は、応用数学や電子回路などの授業において、正規分布などの統計、デシベル表示、SN比などは既に習っているはずである。しかし、授業や実験実習を担当した結果、多くの学生にとってこれらの内容が身につけていないと懸念される。

本稿では、ディジタル磁気記録に関する研究室で検討したディジタル系プログラミングの実験実習について述べる。

誤り率特性は、通信技術、伝送技術、記録技術などの各分野において、ディジタル系技術や装置の性能比較のためによく利用される。

誤り率特性を求める際のモデルを、学生が理解しやすいように、極力単純化する。乱数の発生方法、正規分布などの統計処理、デシベル表示などについて順を追って理解しながら、できるだけ簡単なプログラミングによって誤り率を求められるよう、一般的な手法を用いず本稿で手法を工夫したので報告する。

2. ディジタル系実験テーマの内容

電子制御工学科にある一研究室では、ストレージ技術の中で主としてディジタル磁気記録系の信号処理方式の研究を行っている。ハードディスク装置 (HDD) は、永年にわたってストレージ技術の高密度化を象徴する装置であった。ディジタル磁気記録における信号処理技術も、

平成29年11月1日受付 (Received Nov. 1, 2017)

* 新居浜工業高等専門学校 電子制御工学科 (Department of Electronics and Control Engineering, National Institute of Technology, Niihama College, Niihama, 792-8580, Japan)

HDD の高密度化には無くてはならない技術の一つである^[2]。信号処理技術の研究において、性能の良し悪しを判断するためにも、誤り率特性が利用されている。

研究室においては、ハードディスク装置の高密度化のための信号処理方式について研究を行い、計算機シミュレーションにより誤り率特性を求めている^[3]。また、研究室では、デジタル記録技術において、記録符号化、記録再生系、デジタル検出、復号化について検討している^{[3]–[6]}。

記録技術の分野だけでなく、デジタル通信技術におけるモデルでは、0 と 1 のデジタルデータに加えて、通信符号化、変調、送信器、通信路、受信器、復調、デジタル検出、復号化などを考慮して誤り率特性が求められる。デジタル伝送技術についても同様である。

そこで、本研究室において、誤り率特性を求めることを実験テーマとした。デジタル系で取り扱うデータは 0 または 1 のみの 2 値である。デジタル系では 0 または 1 を区別できれば良いため、専門外の学生にとっても取り組めるよう、単純なデジタル系モデルについて誤り率特性を理論的に計算して求めること、簡単なプログラミングを使って、計算機シミュレーションにより誤り率特性を求めること、を実験テーマの内容として本科の学生自身でまとめた^[1]。

2-1 信号対雑音比 (SNR) とデシベル表示

誤り率特性は、誤り率と SN 比 (SNR) の関係をグラフで表現したものである。縦軸に誤り率を対数表示で表現し、横軸に SN 比をデシベル表示で表現する。

電子回路などの授業において、増幅回路における増幅率や減衰率について学習する際に、デシベル表示については身につけておくべき項目であるが、学生実験を実施する際、忘れてしまっている学生が居る。そこで、実験実習項目として、SN 比とデシベル表示の確認を課す。

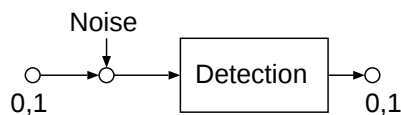


図 1: デジタル系の単純モデル

実験実習に割り当てられた時間内に実施できるように、誤り率特性を求めるデジタル系については、図 1 のような単純なモデルとした。伝送系や記録系などは考慮に入れず、単純に、デジタル値 0 または 1 を入力信号として、直接雑音を加え、その値をサンプル値としてしき

い値検出 (Detection) で 0 と 1 の出力信号を得る。入力値と出力値が異なるとき、誤りとなる。

デジタル値は常に 0 または 1 だけなので、デジタル系の単純モデルにおいては、信号レベルを $S = 1$ (信号電力 $S^2 = 1^2$) と仮定する。雑音については、時々刻々値が異なり一定値ではないため、雑音レベル (電圧または電流) の実効値を N (雑音電力を N^2) とすると、デシベル表示の SN 比は、

$$10 \log_{10} \frac{S^2}{N^2} = 10 \log_{10} \left(\frac{S}{N} \right)^2 = 20 \log_{10} \frac{S}{N} \quad [\text{dB}] \quad (1)$$

となる。デシベル表示について、電力比と電圧比の係数があやふやな学生が存在するが、式 (1) のように数学の対数の性質と結びつけられると納得するようである。

2-2 統計における正規分布

応用数学や統計などの授業において、正規 (ガウス) 分布における標準偏差や分散、平均が身につけていない学生が存在する。

デジタル系単純モデルにおける雑音を、平均 0、分散 σ^2 の加法性白色ガウス雑音 (AWGN) と仮定する。そこで、標準正規分布、正規分布の確率密度関数 $p(x)$ 、標準偏差 σ 、分散 σ^2 、期待値 (平均) μ の確認を要する。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (2)$$

式 (2) は、正規分布の確率密度関数 $p(x)$ で図示すると図

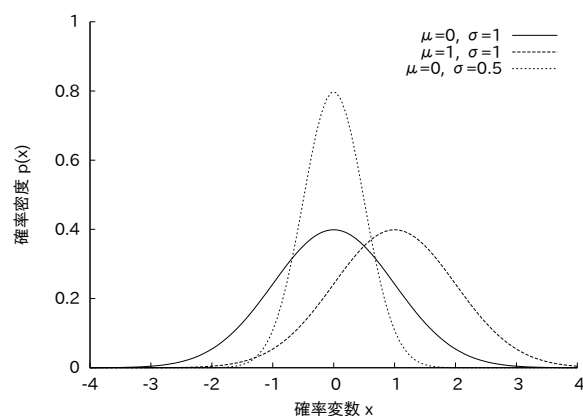


図 2: 正規分布の確率密度関数

2 となる。これらは、デジタル信号加わった雑音そのものの分布とみなすこともできる。つまり、実線 ($\mu = 0, \sigma = 1$) はデジタル値 0 に加わった SN 比 0dB での雑音の分布に、破線 ($\mu = 1, \sigma = 1$) はデジタル値 1 に加わった SN 比 0dB での雑音の分布に、点線 ($\mu = 0, \sigma = 0.5$)

はデジタル値 0 に加わった SN 比 6dB での雑音の分布に、それぞれ対応している。

2-3 誤り率の理論計算

デジタル系単純モデルにおいて 0 と 1 を検出するには、図 2 の場合、しきい値を 0.5 とする。実線の分布の中で $x > 0.5$ の領域の面積が、デジタルデータ 0 の入力が出力 1 と誤る確率となる。したがって、誤り率 (BER) は、

$$\text{BER} = \int_{0.5}^{\infty} p(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{0.5}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3)$$

で求めることができる^[7]。ただし、式 (3) の形は、解析的に積分して初等関数で積分した式を表すことが困難である。そこで、正規分布の数表を用いたり、近似関数を適用する方法を考える。

誤差補関数 $\text{erfc}(x)$ は、エクセル等の表計算ソフトやプログラミング言語において、標準的に利用でき、

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (4)$$

の積分値を返してくれる関数である。式 (3) を変数変換して、うまく式 (4) の形に当てはめることができれば、誤り率を求めることができる。

多くの学生は、この部分の導出に苦労しているようである。結局、式 (3) は、

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{0.5}{\sqrt{2}\sigma}}^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{0.5}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (5)$$

となる。図 3 に、式 (5) より求めたデジタル系単純モデルの誤り率特性を描く。

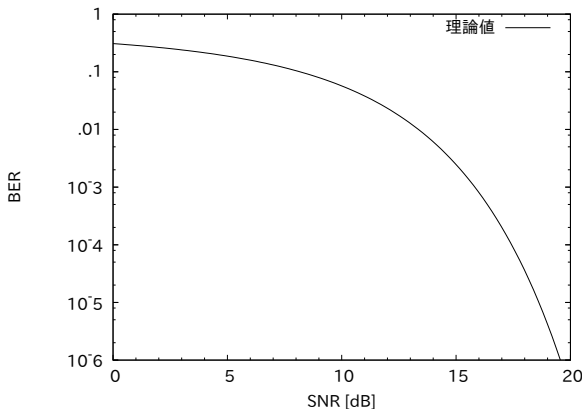


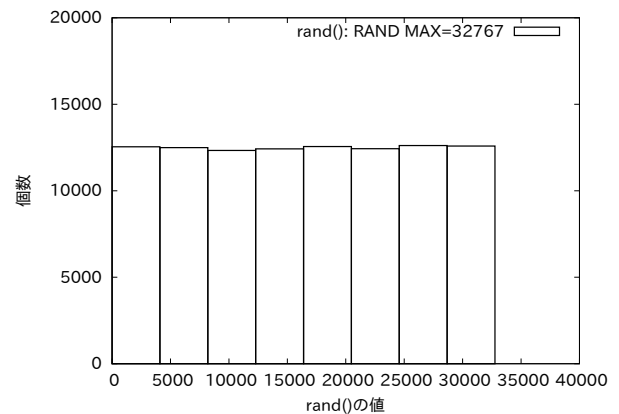
図 3: デジタル系単純モデルの誤り率特性

2-4 C 言語プログラミング

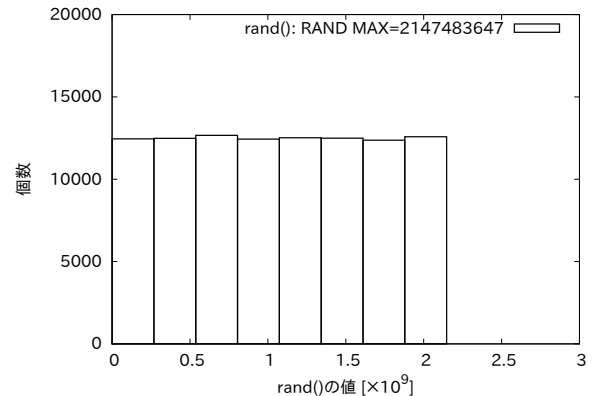
デジタル系の単純モデルの誤り率特性を計算機シミュレーションで求める際、雑音を AWGN と仮定する。そこで、正規分布状の疑似乱数を発生させる必要がある。

標準正規分布となる疑似乱数を発生させるには、いくつかの方法があり、ボックスミュラー法が一般的である。他に、一様乱数を 12 個足して 6 を引く方法がある^{[8],[9]}。本稿では、簡単で正規分布に近づくことが分かりやすい方法であるので、これを中心極限法として用いた。

実験実習の時間内に実施できるよう、C 言語の標準ライブラリ `stdlib` にある疑似乱数 `rand()` を利用する。このとき、同時に `RAND_MAX` の値も確認させ、疑似乱数 `rand()` の分布をヒストグラムで表現する課題を課す。



(a) 演習室 (Visual Studio 2015, MS-Windows)



(b) Linux (gcc, Ubuntu)

図 4: `rand()` のヒストグラムと `RAND_MAX` の値

図 4 に、合計 100000 個発生させた `rand()` が、各範囲に含まれる個数を求めるプログラムの実行結果を示す。このプログラムによって、`rand()` を呼び出す度に、整数値の疑似乱数が得られ、その値は `RAND_MAX` を超えることがないことが確認できる。また、`rand()` の分布を求

めると、等分した範囲内にある $\text{rand}()$ の各個数はほぼ等しくなることが確認できる。

図 4(a) は、情報教育センター演習室での実行結果を示す。マイクロソフト社の Visual Studio 2015 では、 RAND_MAX の値は 32767 であり、8 等分した範囲の個数の分布を求めた。

図 4(b) は、同一のソースプログラムを Linux 系 (Ubuntu) の gcc でコンパイルした実行結果を示す。Windows 系の C 言語コンパイラでは、 RAND_MAX の値は 32767 であったが、Linux 系の C 言語コンパイラでは 214783647 の場合もある。

同じソースプログラムでも、処理系により結果が異なる点に注意が必要であるが、いずれにしても、 $\text{rand}()$ で発生させた整数値を RAND_MAX で割った実数値を新たな疑似乱数とすると、範囲が 0 から 1 までの一様乱数とみなせる^[1]。

次に、AWGN として擬似正規乱数を得る中心極限法を適用する。まず、0 から 1 までの範囲の値を取る疑似一様乱数を 12 個足したものを新たに 1 個の疑似乱数とすれば、その値の取る範囲は、最小値 0 から最大値 12 までの値を取り、中心値 6 付近の値を取る確率が高くなる。したがって、新たな疑似乱数から 6 を引いたものは、最小値 -6 から最大値 6 までの範囲で中心値 0 となる。図 5

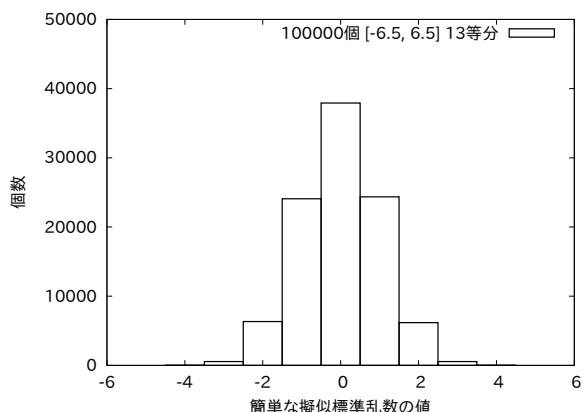


図 5: 簡単な疑似標準正規乱数のヒストグラム

に、このようにプログラムで発生させた 100000 個の疑似乱数について、取り得る範囲を含む -6.5 から 6.5 までを 13 等分 (区間幅 1) したヒストグラムを示す。中心の値 0 付近となる確率が高く、正規分布状となることが確認できる。

実際に、簡単な方法で得られた $N = 100000$ 個の疑似標準正規乱数 x_k について、平均値 (期待値)

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (6)$$

を計算するとほぼ 0 となり、分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \mu)^2 \quad (7)$$

を計算するとほぼ 1 となることが確認できる^[1]。

よって、簡単な方法によって得られた x_k は、標準正規分布状の疑似乱数とみなすことができ、誤り率特性を求める際のシミュレーションにおいて SN 比 0dB の条件下 ($1/\sigma$) で仮定した AWGN として利用できる。

計算機シミュレーションにより誤り率を求めるには、デジタルデータが 0 の場合、しきい値検出により、AWGN としての x_k が 0.5 を超えると誤りとなる。例えば、100000 個のデジタルデータのうち 31000 個の誤りが生じた場合であれば、誤り率は 3.1×10^{-1} となる。

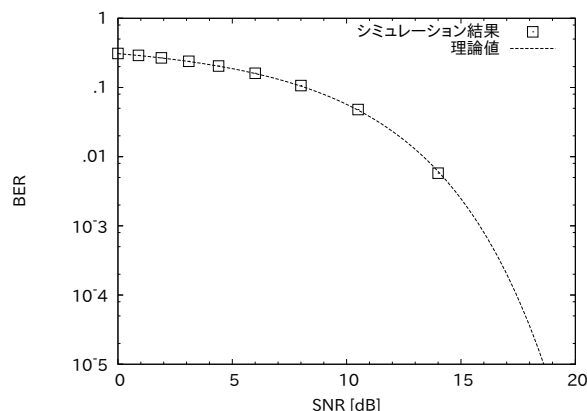


図 6: 計算機シミュレーションによる誤り率特性

AWGN の標準偏差 σ を変化させることにより、0dB 以外の SN 比の場合でも誤り率を求めることができる。標準正規分布では $\sigma = 1$ であったので、これを基にすべての要素に任意の σ を乗じることにより、標準偏差が σ となる擬似正規乱数が得られる。図 6 に、計算機シミュレーションによる誤り率特性を示す。

図 6 より、プログラミングによるシミュレーション結果と理論値は、ほぼ重なって表示されていることが確認できる。

3. 実験テーマの実施に関する考察

上記で述べた実験を実施する前に、学生から、覚えていないとか忘れたといった声が挙がった項目を以下に示す。

- デシベル、SN 比
- 白色雑音
- 正規分布、ガウス分布、標準偏差、分散
- erfc, 誤差補関数

実験を通して、実施後に学生が提出した報告書より、実験前にはあまり理解できてなかった項目について、実際に確認しながら理解できるようになったという感想が多く見られた。

デジタル記録系研究室への導入という形で、デジタル系単純モデルの誤り率特性を求めるテーマは、本研究室に所属以外の多くの学生にとって、誤り率特性の概念を理解すると同時に、上記の事項を確認できる効果がある。

本研究室所属の学生にとっても、他の研究室の学生に教えることによって自分自身の理解を深める効果が見られた。実際、本稿のデジタル系プログラミングの実験実習の取組みを通して、専攻科の学生ではなく本科学士が、学会発表を行った^[1]。

今後、本科学士全員が取り組む実験実習の共通テーマとして、実験実習時間内に、どこまでの内容を含めることができるかという課題が考えられる。

本科の全学生に対しては、本稿で述べた単純化したモデルによる内容が、ちょうど良い分量である。

今後、デジタル記録技術へと発展させることを検討する場合には、図1以外に、記録符号化、記録再生系、復号化についても考慮する必要がある。

これらの発展については、必ずしも本科学士全員に実施できなくてもよく、研究室所属の本科学士、あるいは専攻科の学生に対しての実施が望ましい。

専攻科の電気系共通科目の授業において、英語で書かれたシャノンの原著論文を講読し、シャノンの通信容量を求める方法を理解し、記録符号の一種であるラン長制約符号について適用する事例について発表した^[10]。その際、質疑応答において、大学院の学生でも難しいのに高専の専攻科で行っているのかという質問があり、シャノンの論文すべてではなく一部であるが実施しているとの議論を行った。新居浜高専の専攻科の授業内容においても、評価されている事例といえる。

また、研究室の本科学士に関しても、ラン長制約符号の通信容量を求める際に採り上げた具体的な記録符号として、(2,7)RLL 符号があり、専門的な卒業研究のテーマとしての検討がなされている^{[5],[11]}。

次の発展として符号化と復号化の検討が考えられる。

4. あとがき

新居浜高専電子制御工学科の実験実習科目として、電子制御実験2の改善に取り組んでいる。

学科内の各研究室において、実験内容の工夫が行われている中で、本稿では、単純なデジタル系モデルに対して、理論による計算で求めた誤り率とC言語プログラ

ミングによる計算機シミュレーションによる計算で求めた誤り率の比較について報告した。

数学や各授業科目をすでに学んだ学生にとって、忘れていたり、あいまいとなっていた内容であっても、本稿の実験実習を通して、思い出したり、確認することができた。

謝辞

電子制御工学科の電子制御実験2担当と関係のみなさまに感謝いたします。

参考文献

- [1] 佐々木直人, 合田拓海, 辰本一夢, 村上倫平, 栗原義武: “学生実験のためのデジタル技術に基づく誤り率特性”, 平成28年度電気関係学会四国支部連合大会講演論文集, 18-18, p.276, (2016)
- [2] 大沢寿: “PRMLの提案と高密度ストレージ信号処理の研究”, まぐね, Vol.4, No.3, pp.130-135, (2009)
- [3] 栗原義武, 小泉祐貴, M.Z Ahmed, 高石雅章, 安藤毅, 大沢寿, 岡本好弘: “垂直磁気記録へのCITI符号の適用”, 新居浜高専紀要, Vol.41, pp.51-58, (2005)
- [4] Y. Kurihara, H. Osawa, Y. Okamoto, P.J. Davay, D.J. Mapps, M.Z Ahmed, and T. Donnelly: “Performance of PR(1,2,3,4,3,2,1)ML System with d=1 for double layer perpendicular magnetic recording,” 新居浜高専紀要, Vol.38, pp.59-63, (2002)
- [5] 栗原義武, 大沢寿, 小西是史, 岡本好弘, 斎藤秀俊: “ラン長制約符号に対するビタビ復号法の単純化”, 新居浜高専紀要, Vol.36, pp.49-58, (2000)
- [6] 栗原義武, 大沢寿, 岡本好弘, 斎藤秀俊, 村岡裕明, 中村慶久: “垂直磁気記録における高密度記録のための各種PRML方式”, 新居浜高専紀要, Vol.34, pp.74-80, (1998)
- [7] 滑川敏彦, 奥井重彦: “通信方式”, 森北出版, (1990)
- [8] 浪平博: “学習コンピュータアルゴリズム”, 技術評論社, pp.41-49, (1989)
- [9] 奥村晴彦: “C言語による最新アルゴリズム事典”, 技術評論社, pp.133-135, (1991)
- [10] 栗原義武, 近藤祐史: “ラン長制約符号とシャノン容量”, 2015年電子情報通信学会総合大会, CS-3-4, p.S-12, (2015)
- [11] H. Osawa, Y. Kurihara, K. Ono, “Performance of Partial Response System for (2,7) RLL Code,” IEEE Transl. J. Magn. Jpn., Vol.6, No.8, pp.698-708, (1991)

